

## ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ



Το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο) μιας συνάρτησης, είναι το υποσύνολο (μικρότερο σύνολο) των  $R$  (πραγματικών αριθμών), από το οποίο παίρνει τιμές η ανεξάρτητη μεταβλητή  $x$  και μέσω του τύπου  $f$  της συνάρτησης απεικονίζεται στη μεταβλητή  $y$  ή  $f(x)$ .

Η συνάρτηση λοιπόν, σαν μια καλή ... «προξενήτρα» ζευγαρώνει αριθμούς.

**Π ρ ο σ ο χ ή!!!!!!!!!!!!!!**

**Κάθε «νύφη» σε έναν και μόνο έναν «γαμπρό»!!!!!!!!!!!!!!**

Η «ίδια νύφη» σε δύο γαμπρούς δεν προξενεύεται!!!!!!!!!!!!!!

Όταν λοιπόν, μας δίνουν τον τύπο μιας συνάρτησης (την μηχανή), οφείλουμε να ξέρουμε με ποιούς αριθμούς μπορεί να «δουλέψει» χωρίς να «χαλάσει».

**Δεν δίνουμε στη συνάρτηση να «παντρέψει» αριθμούς, χωρίς να γνωρίζουμε αν επιτρέπεται αυτός ο «γάμος».**

Παράδειγμα

Η συνάρτηση με τύπο  $(y=)f(x)= 2x$ , παίρνει τον αριθμό  $x$  και τον «ζευγαρώνει», τον απεικονίζει στον διπλάσιό του.

Έτσι, λοιπόν, δημιουργεί ζεύγη αριθμών όπως:

Για  $x=1$   $f(1)=2 \cdot 1=2$  δηλαδή το ζευγάρι  $(1,2)$

Για  $x=3$   $f(3)=2 \cdot 3=6$  δηλαδή το ζευγάρι  $(3,6)$

Για  $x=-5$   $f(-5)=2 \cdot (-5)=-10$  δηλαδή το ζευγάρι  $(-5,-10)$

Η συγκεκριμένη συνάρτηση **ΔΕΝ ΘΑ ΣΥΝΑΝΤΗΣΕΙ ΚΑΝΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑ** να απεικονίσει οποιονδήποτε αριθμό στο διπλάσιό του.

ΟΛΕΣ ΟΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΟΥ **ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ** ΤΟ  $x$  ΣΕ ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗ ή ΣΕ ΥΠΟΡΡΙΖΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΡΙΖΑΣ, ΕΧΟΥΝ ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ ΟΛΟΚΛΗΡΟ ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ  $\mathbb{R}$ .

Αυτές οι συναρτήσεις (μαζί και άλλες που θα συναντήσουμε σε άλλες τάξεις) ανήκουν σε μία κατηγορία συναρτήσεων και ονομάζονται:

**Π Ο Λ Υ Ω Ν Υ Μ Ι Κ Ε Σ .**

Παραδείγματα Πολυωνυμικών Συναρτήσεων:

$$1) f(x) = x$$

$$2) y = 2x + 4$$

$$3) g(x) = x^2 - 8$$

$$4) h(x) = -3x^4 + 1$$

$$5) y = \frac{3}{4}x - \sqrt{5}$$

Οι παραπάνω συναρτήσεις έχουν Πεδίο Ορισμού όλο το σύνολο των Πραγματικών Αριθμών  $\mathbb{R}$ . Γιατί, για κάθε τιμή της μεταβλητής  $x$ , υπάρχει μία και μία τιμή  $y$ ,  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ .

B

## ΡΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

### ΠΡΟΣΟΧΗ!!!!!!

Υπάρχουν συναρτήσεις που ορισμένη/ες τιμές του  $x$  δεν μπορούν να την/τις απεικονίσουν σε κάποια τιμή  $y$ .

Δηλαδή, «Η μηχανή της συνάρτησης δεν θα δουλέψει»!!!!!!!!!!!!!!

Ας δούμε την συνάρτηση

$$g(x) = \frac{2x-3}{x}$$

Για  $x=1$   $g(1)=-1$  δηλαδή το ζευγάρι  $(1,-1)$

Για  $x=3$   $g(3)=1$  δηλαδή το ζευγάρι  $(3,1)$

Για  $x=-5$   $g(-5) = \frac{13}{5}$  δηλαδή το ζευγάρι  $(-5, \frac{13}{5})$

Όμως, αν ο  $x$  πάρει την τιμή 0, παρατηρούμε ότι η συνάρτηση δεν μπορεί να δώσει αποτέλεσμα γιατί:

**Ο παρονομαστής ενός κλάσματος ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΠΑΡΕΙ ΤΗΝ ΤΙΜΗ 0!!!!**

➤ ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ Π.Ο. ΜΙΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΠΟΥ ΕΧΕΙ ΤΗΝ  
ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ Χ ΣΤΟΝ ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗ (ΡΗΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ)



**ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ Ο ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗΣ ΝΑ ΙΣΟΥΤΑΙ ΜΕ 0.**

Όταν ο τύπος της συνάρτησης έχει την μεταβλητή  $x$  στον παρονομαστή, τότε:

Λύνουμε την εξίσωση του παρονομαστή και την ρίζα της την  
εξαιρούμε από το σύνολο των Πραγματικών αριθμών  $\mathbb{R}$ .

$$f(x) = \frac{3x-4}{5x-1}$$

Πρέπει ο παρονομαστής  $5x-1 \neq 0$ .

$$\text{Λύνουμε την εξίσωση } 5x-1=0 \Leftrightarrow 5x=1 \Leftrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$$

την τιμή αυτή δηλ.  $x = \frac{1}{5}$  την εξαιρώ από το  $\mathbb{R}$ .

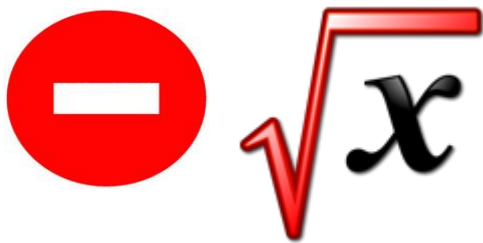
Επομένως:

$$\text{Το Π.Ο} = \mathbb{R} - \left(\frac{1}{5}\right)$$

Γ

## ΟΤΑΝ Ο $x$ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΣΕ ΥΠΟΡΡΙΖΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΡΙΖΑΣ

- ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ Π.Ο ΜΙΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΠΟΥ ΕΧΕΙ ΤΗΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ  $x$  ΣΤΟ ΥΠΟΡΡΙΖΟ.



**ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ ΜΙΑ ΥΠΟΡΡΙΖΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΗ !!!!!!!!!!!**

Όταν ο τύπος της συνάρτησης έχει την μεταβλητή  $x$  ως υπόρριζη ποσότητα μιας τετραγωνικής ρίζας, τότε:

**Απαιτούμε η υπόρριζη ποσότητα να είναι ΘΕΤΙΚΗ ( $\geq 0$ )**

και λύνουμε την αντίστοιχη ανίσωση.

### Παράδειγμα

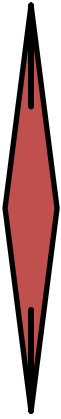
$$f(x) = 5x - \sqrt{2x - 3}$$

Πρέπει:  $2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$ .

Με τιμές μεγαλύτερες ή ίσες του  $\frac{3}{2}$  η ποσότητα  $2x - 3$  είναι πάντα θετική (ή μηδέν), άρα ορίζεται/υπάρχει η τετραγωνική ρίζα. Επομένως:

Το Π.Ο =  $[\frac{3}{2}, \infty)$ , δηλαδή το διάστημα  $[\frac{3}{2}, \infty)$

## ΠΡΟΣΟΧΗ!!!!



Όταν ο τύπος της συνάρτησης έχει την μεταβλητή  $x$ :

- ως υπόρριζη ποσότητα μιας τετραγωνικής ρίζας και
- η ρίζα αυτή βρίσκεται σε παρονομαστή

τότε:

**Απαιτούμε η υπόρριζη ποσότητα να είναι ΓΝΗΣΙΑ ΘΕΤΙΚΗ ( $> 0$ ) και λύνουμε την αντίστοιχη ανίσωση.**

### Παράδειγμα

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-3}}$$

Πρέπει:

$$2x-3 > 0 \Leftrightarrow 2x > 3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$$

Το  $x$  λοιπόν, πρέπει να παίρνει τιμές ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΕΣ του  $\frac{3}{2}$  !

**Δεν πρέπει να γίνει ΙΣΟ με  $\frac{3}{2}$  όπως στο προηγούμενο παράδειγμα, γιατί θα μηδενιστεί ο παρονομαστής!!!!!!!!!!!!**

Επομένως:

$$\text{Το Π.Ο} = \left(\frac{3}{2}, \infty\right), \text{ δηλαδή το διάστημα } \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$$