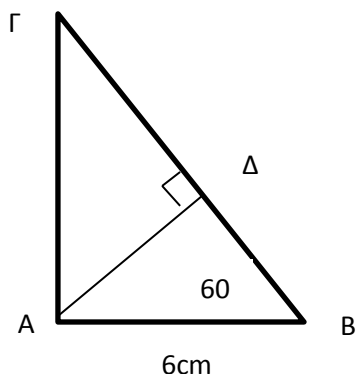


ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

• ΑΣΚΗΣΗ 1η



Στο ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ
($A=90^\circ$), η γωνία $B=60^\circ$ και η
 $AB=6\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- 1) Την υποτείνουσα BΓ.
- 2) Την AΓ.
- 3) Το εμβαδόν E του τριγώνου.
- 4) Το ύψος AΔ προς την υποτείνουσα.

ΛΥΣΗ

- 1) Επειδή γνωρίζουμε την **ΓΩΝΙΑ** και την **ΠΡΟΣΚΕΙΜΕΝΗ** της πλευρά και ζητούμε την **ΥΠΟΤΕΙΝΟΥΣΑ**, θα χρησιμοποιήσουμε το συν60'.

$$\text{συν } 60 = \frac{\text{προσκειμένη}}{\text{υποτείνουσα}} \rightarrow$$

$$\text{συν } 60 = \frac{AB}{B\Gamma} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{B\Gamma} \rightarrow 1 \cdot B\Gamma = 2 \cdot 6 \rightarrow B\Gamma = 12\text{cm}$$

- 2) Την πλευρά AΓ μπορούμε να την υπολογίσουμε με **δύο (2)** τρόπους!!!!

1) ΜΕ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2$$

$$A\Gamma^2 = B\Gamma^2 - AB^2$$

$$A\Gamma^2 = 12^2 - 6^2$$

$$A\Gamma^2 = 144 - 36$$

$$A\Gamma^2 = 108$$

$$A\Gamma = \sqrt{108}$$

Αναλύοντας σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

$$A\Gamma = \sqrt{2^2 \cdot 3^3 \cdot 3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}$$

$$A\Gamma = 6\sqrt{3}\text{cm}$$

2) ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΑ

Με χρήση του ημ60 ή εφ60.

Ακόμη, επειδή η γωνία Γ είναι 30', με χρήση ημ30, συν30, εφ30!!!!!!!!!!!!

Δηλαδή:

$$\text{εφ } 60 = \frac{\text{απέναντι}}{\text{προσκειμένη}} = \frac{A\Gamma}{AB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{A\Gamma}{6} \Rightarrow A\Gamma = 6 \cdot \sqrt{3}$$

Παρατηρούμε ότι με τη χρήση του τριγωνομετρικού αριθμού οι υπολογισμοί είναι απλούστεροι!!!!!!!!

3) Το εμβαδόν κάθε τριγώνου δίνεται από τον τύπο: $E = \frac{\text{Βάση} \cdot \text{Ύψος}}{2}$

Στα ορθογώνια τρίγωνα συνηθίζεται να χρησιμοποιούμε αντί βάσης και ύψους τις δύο κάθετες πλευρές. Δηλαδή:

$$E = \frac{AB \cdot A\Gamma}{2} \Rightarrow$$

$$E = \frac{6\sqrt{3} \cdot 6}{2} \Rightarrow$$

$$E = \frac{36 \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$E = 18 \cdot \sqrt{3} \text{cm}^2$$

4) Τώρα που γνωρίζουμε το Εμβαδόν του τριγώνου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για βάση τη ΒΓ και ύψος το ζητούμενο ΑΔ

Δηλαδή:

$$E = \frac{A\Delta \cdot B\Gamma}{2} \Rightarrow$$

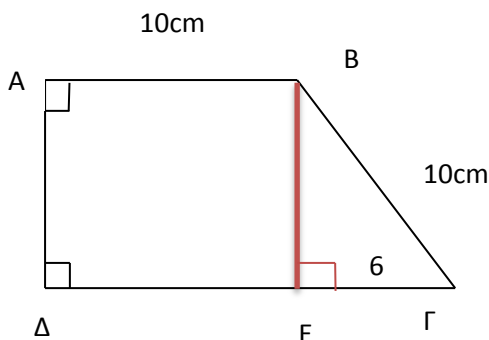
$$18 \cdot \sqrt{3} = \frac{A\Delta \cdot 12}{2} \Rightarrow$$

$$18 \cdot \sqrt{3} = A\Delta \cdot 6 \Rightarrow$$

$$A\Delta = \frac{18 \cdot \sqrt{3}}{6}$$

$$A\Delta = 3 \cdot \sqrt{3} \text{cm}$$

• **ΑΣΚΗΣΗ 2^η**



Στο ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ, δίνεται ότι ΑΒ=10cm , ΒΓ=10cm και η γωνία Γ=60'. Να υπολογιστεί :

1. Το ύψος ΑΔ του τραpezίου
2. Η βάση ΔΓ
3. Το εμβαδόν του

ΛΥΣΗ

Σε ασκήσεις με τραπέζια, όπως έχουμε ήδη αναφέρει σε προηγούμενο μάθημα

1. Παρατηρούμε την ισότητα ΑΒ=ΔΕ=10cm.
2. Συνήθως χρειάζεται να κατασκευάσουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΒΕ κάθετο στην βάση ΓΔ. Άρα χρειάζεται να υπολογίσουμε το τμήμα ΕΓ, για να υπολογίσουμε την ΔΓ.

Έτσι, το ύψος ΑΔ, μπορούμε να το «δούμε» και στην θέση ΒΕ.

Με τη διαφορά, ότι έτσι έχουμε δημιουργήσει ένα ορθογώνιο τρίγωνο, το ΒΕΓ, του οποίου γνωρίζουμε την υποτείνουσα ΒΓ=10cm και την γωνία Γ=60'.

Χρησιμοποιώντας το ημίτονο των 60', **ημ60**, θα υπολογίσουμε την ΒΕ και **θα βρούμε το ύψος του τραpezίου.**

$$\eta\mu 60 = \frac{BE}{BG}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BE}{10} \Rightarrow 2 \cdot BE = 10 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow BE = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow BE = 5 \cdot \sqrt{3}$$

$$v = 5 \cdot \sqrt{3}$$

Χρησιμοποιώντας το συνημίτονο των 60° , συν 60° , θα υπολογίσουμε την ΕΓ (για να υπολογίσουμε την μεγάλη βάση του τραπεζίου)

$$\sigma\upsilon\nu 60 = \frac{ΕΓ}{ΒΓ} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = \frac{ΕΓ}{10} \Rightarrow 2 \cdot ΕΓ = 10 \Rightarrow ΕΓ = 5$$

Επομένως $ΓΔ = ΔΕ + ΕΓ$

$$ΓΔ = 10 + 5$$

$$ΓΔ = 15\text{cm}$$

Το εμβαδόν του τραπεζίου δίνεται από τον τύπο:

$$E = \frac{(B + \beta) \cdot \Upsilon\psi\omicron\varsigma}{2} = \frac{(\Delta\Gamma + \text{AB}) \cdot \upsilon}{2} = \frac{(15 + 10) \cdot 5 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{15 \cdot 5 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{75 \cdot \sqrt{3}}{2} \text{cm}^2$$

• ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Υπολογίστε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$\epsilon\phi^2 45 \cdot \eta\mu 60 \cdot \epsilon\phi 30 \cdot \epsilon\phi^2 60 =$$

ΛΥΣΗ

$$\epsilon\phi^2 45 \cdot \eta\mu 60 \cdot \epsilon\phi 30 \cdot \epsilon\phi^2 60 =$$

$$1^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3}^2 =$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}^2}{6} \cdot \sqrt{3}^2 =$$

$$\frac{3}{6} \cdot 3 =$$

$$\frac{9}{6} =$$

$$\frac{3}{2}$$