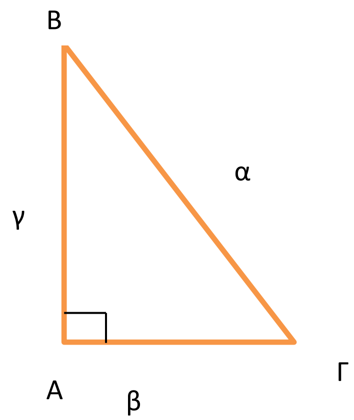
# ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ




Ας γράψουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.

$$\eta\mu\,\mathrm{B} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{B\Gamma}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\sigma\upsilon\nu\,\mathrm{B} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{B\Gamma}} = \frac{\gamma}{\alpha}$$

$$\varepsilon\varphi\,\mathrm{B} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{AB}} = \frac{\beta}{\gamma}$$

## ΣΧΕΣΗ 1η

Αν διαιρέσουμε το ημΒ δια του συνΒ έχουμε:

$$\frac{\eta\mu\,\mathrm{B}}{\sigma\upsilon\nu\,\mathrm{B}} = \frac{\frac{\beta}{\alpha}}{\frac{\gamma}{\alpha}} = \frac{\beta\cdot\cancel{\alpha}}{\cancel{\alpha}\cdot\gamma} = \frac{\beta}{\gamma} = \varepsilon\varphi\,\mathrm{B}$$

**εφΒ=** $\dfrac{\eta\mu\,\mathrm{B}}{\sigma\upsilon\nu\,\mathrm{B}}$

**Η σχέση που συνδέει το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη μιας γωνίας.**

## ΣΧΕΣΗ 2η (Βασική τριγωνομετρική ταυτότητα)

$$\eta\mu^2\mathrm{B} + \sigma\upsilon\nu^2\mathrm{B} = \frac{\beta^2}{\alpha^2} + \frac{\gamma^2}{\alpha^2} = \frac{\beta^2+\gamma^2}{\alpha^2} = \Pi\Upsilon\Theta.\Theta\mathrm{E}\Omega\mathrm{P}. = \frac{\alpha^2}{\alpha^2} = 1$$

Επομένως:

$$\eta\mu^2\mathrm{B} + \sigma\upsilon\nu^2\mathrm{B} = 1$$

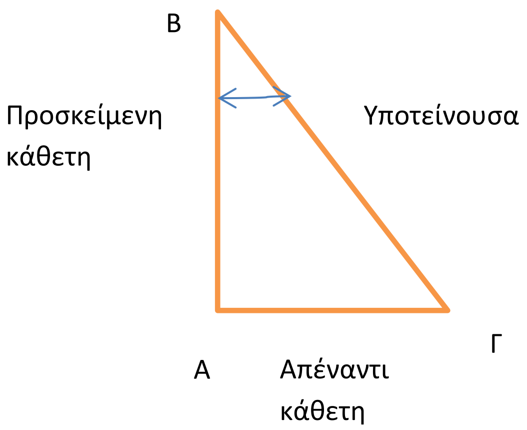
**ημ$^2$Β+συν$^2$Β=1 και**

$$\left\{\begin{array}{l} \eta\mu^2 B = 1 - \sigma\upsilon\nu^2 B \\ \\ \sigma\upsilon\nu^2 B = 1 - \eta\mu^2 B \end{array}\right\}$$

**Αν γνωρίζουμε λοιπόν το ημίτονο μιας γωνίας, μπορούμε να βρούμε το συνημίτονό της. Και αντίστροφα.**

# ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

**ΣΕ ΚΑΘΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΤΡΙΓΩΝΟ ΑΒΓ:**




Η πλευρά ΑΒ = γ ονομάζεται **προσκείμενη κάθετη** πλευρά για την γωνία Β.

Η πλευρά ΑΓ = β ονομάζεται **απέναντι κάθετη** πλευρά για την γωνία Β.

Ορίσαμε ως:

**ημίτονο της γωνίας Β (συμβολίζουμε ημΒ), τον λόγο της απέναντι κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.**

$$\eta\mu\,\mathrm{B} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{B\Gamma}}$$

Παρατηρούμε τα εξής:

- **Το ημίτονο** οποιασδήποτε γωνίας του ορθογωνίου τριγώνου
  1. **Είναι πάντα ΘΕΤΙΚΟΣ αριθμός.**

Αυτό, γιατί είναι ο λόγος, το πηλίκο των μηκών ευθυγράμμων τμημάτων. Δεν μπορεί να είναι <0!

2. **Είναι αριθμός <1.**

Ο αριθμητής, δηλαδή μια από τις κάθετες πλευρές του τριγώνου, είναι πάντα μικρότερος του παρονομαστή, δηλαδή της υποτείνουσας. ΜΗΝ ΞΕΧΝΑΜΕ: Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα είναι μικρότερο κάθε πλαγίου τμήματος.

Ορίσαμε επίσης:

| |
|---|
| **συνημίτονο της γωνίας Β (συμβολίζουμε συνΒ), τον λόγο της προσκείμενης κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.** $\sigma\upsilon\nu\,\mathrm{B}=\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{B\Gamma}}$ |

Όμοια αν σκεφτούμε, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι και :

- **Το συνημίτονο** οποιασδήποτε γωνίας του ορθογωνίου τριγώνου
  1. **Είναι πάντα ΘΕΤΙΚΟΣ αριθμός.**

Αυτό, γιατί είναι ο λόγος, το πηλίκο των μηκών ευθυγράμμων τμημάτων. Δεν μπορεί να είναι <0!

2. **Είναι αριθμός <1.**

Ο αριθμητής, δηλαδή μια από τις κάθετες πλευρές του τριγώνου, είναι πάντα μικρότερος του παρονομαστή, δηλαδή της υποτείνουσας. ΜΗΝ ΞΕΧΝΑΜΕ: Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα είναι μικρότερο κάθε πλαγίου τμήματος.

Ορίσαμε ακόμη:

| |
|---|
| **εφαπτομένη της γωνίας Β (συμβολίζουμε εφΒ), τον λόγο της απέναντι κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη κάθετη πλευρά.** $\varepsilon\varphi\,\mathrm{B}=\dfrac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{AB}}$ |

- **Η εφαπτομένη** οποιασδήποτε γωνίας του ορθογωνίου τριγώνου
  1. **Είναι πάντα ΘΕΤΙΚΟΣ αριθμός.**

Αυτό, γιατί είναι ο λόγος, το πηλίκο των μηκών ευθυγράμμων τμημάτων. Δεν μπορεί να είναι <0!

2. **Μπορεί να πάρει και τιμές ίσες με 1 ή και μεγαλύτερες ($\geq 1$)**

   Στο ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο, που οι ΑΒ=ΑΓ, η εφΒ=1 (και η εφΓ=1). Η εφαπτομένη παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 1, όταν ο αριθμητής του κλάσματος (η απέναντι κάθετη πλευρά ) είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή (την προσκείμενη κάθετη πλευρά)

**Συνοψίζοντας:**

$0 \prec \eta\mu\mathrm{B} \prec 1$
$0 \prec \sigma\upsilon\nu\mathrm{B} \prec 1$
$0 \prec \varepsilon\phi\mathrm{B}$

- **Μην ξεχνάμε ότι:**

**Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί (ημΒ, συνΒ, εφΒ) δεν έχουν μονάδες, γιατί είναι το πηλίκο των μηκών των καθέτων πλευρών του ορθογωνίου τριγώνου. Είναι δηλαδή «καθαροί» αριθμοί!**

- **ΣΗΜΕΙΩΣΗ**

**Στις επόμενες τάξεις οι παραπάνω σχέσεις θα συμπληρωθούν και θα ισχύει ότι για ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ γωνία:**

$-1 \leq \eta\mu\mathrm{B} \leq 1$
$-1 \leq \sigma\upsilon\nu\mathrm{B} \leq 1$
$\varepsilon\phi\,\mathrm{B} \geq 0$