

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

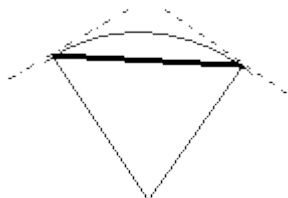
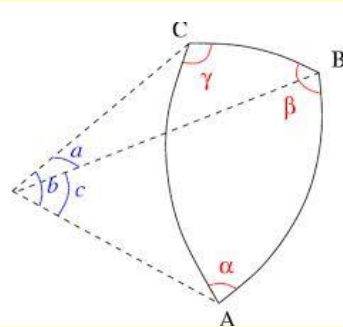
Η ιστορία της Τριγωνομετρίας

Η ιστορία της Τριγωνομετρίας αρχίζει με τις πρώτες μαθηματικές καταγραφές στην Αίγυπτο και στη Βαβυλώνα. Οι Βαβυλώνιοι καθιέρωσαν τη μέτρηση των γωνιών σε μοίρες σε πρώτα λεπτά και σε δεύτερα λεπτά. Οι Βαβυλώνιοι αστρονόμοι είχαν συγκεντρώσει έναν τεράστιο αριθμό δεδομένων από παρατηρήσεις και είναι σήμερα γνωστό ότι ένα μεγάλο μέρος πέρασε στους Έλληνες. Αυτά τα πρώτα βήματα στην Αστρονομία οδήγησαν και στη γέννηση της Τριγωνομετρίας.

Στη σκιά της Αστρονομίας. Η ΧΟΡΔΗ των Ελλήνων.

Μέχρι όμως την εποχή των Ελλήνων καμία καθαρά τριγωνομετρική έννοια δεν είχε κάνει την εμφάνισή της. Και αυτό καθυστέρησε να γίνει και έγινε εξ αρχής σε σύνδεση με την Αστρονομία.

Τον δεύτερο αιώνα πριν από τον Χριστό ο αστρονόμος **Ίππαρχος** συνέταξε ένα τριγωνομετρικό πίνακα για την επίλυση τριγώνων. Στον πίνακα αυτόν σε κάθε γωνία απέδιδε μία τιμή που ήταν « **το μήκος της χορδής**» η οποία αντιστοιχούσε στη γωνία όταν



την έκανε επίκεντρη με σταθερή ακτίνα r .

Χρειάζεται εδώ να τονίσουμε ότι κανένα έργο του Ίππαρχου δεν έχει διασωθεί και οι γνώσεις μας για το έργο του προέρχονται από μεταγενέστερους συγγραφείς όπως ο

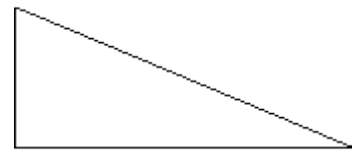
Θέων από την Αλεξάνδρεια, ο σχολιαστής του 4^{ου} αιώνα. Δεν γνωρίζουμε ποια ήταν η σταθερή τιμή που έδινε ο Ίππαρχος στην ακτίνα, αλλά 300 χρόνια αργότερα ο **Πτολεμαίος** στην Αλμαγέστη χρησιμοποίησε για την ακτίνα του κύκλου την τιμή $r = 60$ και συνέταξε έναν παρόμοιο πίνακα με ΧΟΡΔΕΣ μία τιμή χορδής για κάθε γωνία από 1 μοίρα μέχρι τις 180^0 . Στο ίδιο εγχειρίδιο παρουσίασε και το λεγόμενο

θεώρημα του Μενελάου για την επίλυση σφαιρικών τριγώνων. Στους αιώνες που ακολούθησαν η τριγωνομετρία του Πτολεμαίου ήταν η πρωταρχική εισαγωγή για όποιον ήθελε να μνηθεί στην αστρονομία.

Η εξαφάνιση τόσων και τόσων εργασιών των Ελλήνων πάνω στην αστρονομία και την τριγωνομετρία οφείλεται και στο γεγονός ότι η Αλμαγέστη του Πτολεμαίου επεσκίασε όλες τις παλαιότερες εργασίες.

Στη σκιά της Αστρονομίας. Το ΗΜΙΤΟΝΟ των Ινδών

Την ίδια περίπου εποχή με τον Πτολεμαίο οι ΙΝΔΟΙ αστρονόμοι είχαν αναπτύξει την σύνταξη τριγωνομετρικών πινάκων ένα τριγωνομετρικό σύστημα βασιζόμενο όχι στο μήκος της χορδής αλλά στη συνάρτηση του ΗΜΙΤΟΝΟΥ.



Το ημίτονο των Ινδών δεν ήταν βέβαια καθαρός αριθμός, όπως είναι σήμερα, αλλά το μήκος της κάθετης πλευράς ενός ορθογωνίου τριγώνου με σταθερή υποτείνουσα. Και δεν είχαν αποδεχθεί μία ορισμένη τιμή για το μήκος της υποτείνουσας.

Στο μεταξύ οι Κινέζοι αστρονόμοι του Μεσαίωνα μελετώντας αστρονομία προσέγγισαν τις τριγωνομετρικές έννοιες και εισήγαγαν την τριγωνομετρική εφαπτομένη. Το ενδιαφέρον τους όμως περιορίστηκε σε αστρονομικές εφαρμογές

Τριγωνομετρία των Αράβων

Τον 8^ο αιώνα οι Άραβες αστρονόμοι κληρονόμησαν τόσο την ελληνική όσο την ινδική παράδοση. Τα έργα τόσο των Ινδών όσο και των Ελλήνων μεταφράστηκαν και διαβάστηκαν από τους μουσουλμάνους μαθηματικούς οι οποίοι χρησιμοποίησαν το ινδικό ημίτονο παράλληλα με την ελληνική χορδή.

Τον 16^ο αιώνα η τριγωνομετρία ενσωματώθηκε στη Γεωγραφία ενώ ήταν ήδη εργαλείο της Αστρονομίας. Η γνώση τριγωνομετρίας ήταν αναγκαία για τον προσδιορισμό της θέσης πάνω στη Γη σε συνδυασμό με τις έννοιες γεωγραφικό πλάτος και γεωγραφικό μήκος.



Το πρώτο σημαντικό ευρωπαϊκό έργο γράφτηκε από τον γερμανό αστρονόμο **Regiomontanus** ο οποίος στα μέσα του 14^{ου} αιώνα μελέτησε την επίπεδη τριγωνομετρία και απέδειξε το θεώρημα των ημίτονων.

Τον επόμενο αιώνα ο επίσης γερμανός αστρονόμος **Rheticus** εισήγαγε τη σύγχρονη προσέγγιση των τριγωνομετρικών αριθμών. Μετά από αυτόν κάθε τριγωνομετρική ποσότητα – ημίτονο, συνημίτονο – δεν ήταν πλέον κάποιο μήκος αλλά ένας **ΛΟΓΟΣ** δύο μηκών, σε κάθε δηλαδή γωνία αντιστοιχούσε ένας **αριθμός**.

Κατά τα τέλη του 16^{ου} αιώνα ο Γάλλος François Viète εμπλούτισε τη σφαιρική τριγωνομετρία, ενώ ο σύγχρονός του σκωτσέζος John Napier, ο οποίος ανακάλυψε και τους λογαρίθμους, στην αυγή του 17^{ου} αιώνα πρότεινε δέκα μνημονικούς κανόνες για την επίλυση σφαιρικών τριγώνων.

Στην αγκαλιά της ευρωπαϊκής ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Πενήντα περίπου χρόνια μετά τη δημοσίευση των λογαριθμικών πινάκων από τον Napier, ο **Newton** ανακάλυψε τον Calculus και παρουσίασε πολλές συναρτήσεις του x ως ΣΕΙΡΕΣ δυνάμεων του x με άπειρους όρους. Ανάμεσα σε αυτές παρουσίασε και τις συναρτήσεις του ημιτόνου $\eta\mu(x)/\sin(x)$ του συνημιτόνου $\sigma\upsilon\nu(x)/\cos(x)$ και της εφαπτομένης $\epsilon\phi(x)/\tan(x)$ ως ΣΕΙΡΕΣ.

Με την ανακάλυψη του Calculus, τη μελέτη των τριγωνομετρικών συναρτήσεων ανέλαβε η ΑΝΑΛΥΣΗ και οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις **ξέφυγαν οριστικά από την κηδεμονία της Αστρονομίας και της Γεωγραφίας και άρχισαν να παίζουν έναν απρόβλεπτα σημαντικό ρόλο τόσο για τα καθαρά όσο και για τα εφαρμοσμένα μαθηματικά.**

(Ανδρέας Ι. Κασσέτας)